©Радиохимия, № 4, 1991 г.

В. В. Емельянов

К ВОПРОСУ ОПТИМИЗАЦИИ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛОГО КОЛИЧЕСТВА РАДИОАКТИВНОСТИ

Проведен анализ области предельной чувствительности радиометрической установки при измерении малых активностей. Предложен способ предварительной оценки условий для достижения требуемой чувствительности для каждого измерения образца с малой активностью. Предложенный способ, не претендуя на строгость, может быть полезным при планировании измерения малой активности.

При оценке радиационной обстановки и определении уровня загрязнения объектов окружающей среды все большее внимание уделяется достоверности получаемых результатов при измерении малых уровней радиоактивности. Круг задач, связанных с необходимостью измерения все более низких уровней активностей, растет быстрее, чем возможность повышения чувствительности измерительной аппаратуры. Измерение низких уровней остается наиболее трудным разделом в радиометрии и спектрометрии ионизирующих излучений. Трудности связаны не только с необходимостью применения специальной измерительной низкофоновой аппаратуры, но и с режимом ее работы, требующим увеличения времени измерения фона и образца для их достоверного определения. Высокая чувствительность аппаратуры, требующая продолжительного времени измерения, приходит в противоречие с ее производительностью, так как в практике измерений часто бывает небезразлично, сколько измерений можно провести в день, неделю и т.д. Когда задана достоверность результата, то при ограниченном времени измерения и дефиците чувствительности возникает потребность выяснить те необходимые и достаточные условия измерения, которые могут обеспечить требуемые точность и надежность. Неоправданно короткое или увеличенное время измерения соответственно или не обеспечит нужной достоверности, или понизит производительность.

С точки зрения математической статистики результат измерения малого количества радиоактивности, измеренной в течение ограниченного времени, можно рассматривать как случайную переменную величину с большой дисперсией, т.е. с повышенной вероятностью появления больших погрешностей [11].

В работах [3, 4] на основе метода испытания статистических гипотез предложены понятия минимально-измеримой активности с учетом ошибок I и II рода для характеристики чувствительности в измерении, однако авторы предлагают громоздкие формулы и не обсуждают вопросы измерения малых активностей как таковых. Подробно анализируется работа низкофоновой аппаратуры, обсуждаются вопросы качества установок и чувствительности [2].

В настоящей работе вопрос чувствительности и оптимизации измерения обсуждается на основе метода испытания статистических гипотез. Цель работы состоит в том, чтобы проанализировать работу низкофоновой установки в области ее предельной чувствительности, выяснить эмпирические условия оптимизации измерения и сформулировать их.

В дальнейшем изложении будем исходить из того, что мерами технического характера исключены систематические погрешности и помехи любого происхождения, способные исказить результат, т. е. сделать его неправильным; результат измерения охарактеризован полностью, если он охарактеризован точностью и надежностью [11]; математически обработать результат — значит найти закон его распределения и оценить параметры этого закона — среднее и дисперсию [9, 10].

Известно, что так называемые редкие события и, следовательно, частицы, вылетевшие из слабоактивного источника, распределены в соответствии с законом Пуассона [1, 9] и вероятность 1-P того, что истинное число импульсов N, зарегистрированных за время *t*, не выйдет за пределы доверительного интервала $\overline{N} \pm \Delta N^{P}$, будет

$$1\text{-}P = \sum_{\overline{N}-\Delta N}^{\overline{N}+\Delta N} \frac{\left(\bar{n}t\right)^{N}}{N!} e^{-\bar{n}t}, \tag{1}$$

где P — уровень значимости; $\overline{N}$ — среднее число импульсов, зарегистрированных за время измерения; ΔN^{P} — абсолютное отклонение от среднего, вычисленное по таблицам Пуассона [12]; $\bar{n}$ — оценка средней скорости счета.

В выражении (1) в пределах суммирования величина $\overline{N} \pm k\sigma$ заменена на $\overline{N} \pm \Delta N^{P}$, так как $k\sigma$ используется в случаях, когда $\overline{N} > 100$ [7]; в настоящей работе рассматриваются случаи, когда $\overline{N} < 100$ и за время измерения набирается сравнительно небольшое число импульсов.

Чувствительность установки при измерении малых активностей — один из наиболее важных параметров. Согласно общим представлениям чувствительность радиометрической установки S определяется как коэффициент пропорциональности между плотностью потока падающего излучения φ и числом зарегистрированных частиц n в единицу времени [6]:

$$S = \frac{n}{\varphi} \tag{2}$$

Зависимость интенсивности потока частиц, попадающих в детектор и зарегистрированных от источника, не изменяющегося со временем, можно вычислить из предельного соотношения

$$n = \lim_{t \to \infty} \frac{N}{t} \tag{3}$$

Тогда средний интервал времени между двумя последовательными частицами при конечном времени измерения

$$\bar{t} = \frac{1}{\bar{n}} \qquad (4)$$

где $\bar{n}$ — оценка среднего числа частиц, зарегистрированных счетчиком за единицу времени.

Величина $\frac{1}{\bar{n}}$ принимается за меру чувствительности [2] и имеет смысл среднего промежутка времени между двумя последовательными частицами (событиями) [9], вышедшими из источника и зарегистрированными установкой. Следовательно, та из двух установок имеет большую чувствительность, у которой это среднее время меньше и у которой за одно и то же время, в одних и тех же условиях, от одного и того же источника зарегистрировано большее число импульсов. В практике измерений за меру чувствительности принимают величину, ей обратную, т.е. $\bar{n}$, и называют ее минимально-измеримой активностью [2, 3].

Если в результате измерения фона получена его оценка $\bar{n}_ф$, то истинная скорость счета фона при заданном уровне значимости Р будет

$$n_ф \le \bar{n}_ф \pm \Delta n_ф^P \qquad (5)$$

где величина $\Delta n_ф^P$ при $\bar{N} < 100$ может быть вычислена с помощью таблиц Пуассона [12].

Анализ уравнения (5) приводит нас к задаче статистической проверки гипотезы о законе распределения [9, 10]. Предполагается, что внутри доверительного интервала в соответствии с тем или иным законом имеет место распределение случайной переменной величины с присущими ей свойствами. Поэтому в пределах заданного доверительного интервала для фона все значения должны рассматриваться как фоновые и величина $\Delta n_ф^P$ (5) численно должна быть равна пределу обнаружения. Тогда оценка содержания радиоактивности в образце $\bar{n}_э$ (5), определяемая как разница между скоростью счета образца и фона, будет значима, если

$$\bar{n}_э = \bar{n}_{э+ф} - \bar{n}_ф > \Delta n_ф^P \qquad (6)$$

При $\bar{n}_э < \Delta n_ф^P$ все результаты лежат в области нечувствительности установки и должны быть проинтерпретированы как не содержащие активность, хотя вполне возможно, что в них будет содержаться небольшая активность, результаты $\bar{n}_э > \Delta n_ф^P$ как содержащие какую-то активность, хотя вполне возможно, что в них активности нет. Решение о присутствии в образце какой-то активности необходимо принять потому, что, согласно принятой гипотезе, мы пренебрегли вероятностью выхода исследуемой случайной величины фона за пределы доверительного интервала.

Согласно теории [8-10], если произошло событие, которому предписывалась пренебрежимо малая вероятность, то такое событие нельзя считать случайным, оно имеет другое распределение и, следовательно, обладает другими свойствами.

В условиях принятой гипотезы события с пренебрежимо малой вероятностью называются еще противоположными и их вероятность численно равна принятому уровню значимости Р. Назначение пренебрежимо малых вероятностей не является задачей статистической, это происходит вне рамок математической статистики, на основе ГОСТов, в соответствии с физическим смыслом задачи [9] и в зависимости от ответственности тех решений, которые принимаются по результатам измерений.

И тот и другой выводы, сделанные на основании анализа уравнения (6), не могут быть абсолютно достоверными. Делая вывод о том, что в образце содержится какая-то активность, в то время как в действительности активности там нет, допускается ошибка I рода, численно равная уровню значимости.

Делая вывод о том, что в образце активности нет, в то время как в действительности она там есть, допускается ошибка II рода. Ошибки II рода объединены с областью неопределенности результата [8], т.е. входят в его погрешность. В сумме вероятности ошибок I и II родов составляют достоверное событие, и поэтому их общая вероятность равна единице.

С целью детального изучения и надежного предвидения для изучаемого события рассчитывается как можно большая доверительная вероятность [8, 9]; это означает, что для надежного вывода о том, что в образце содержится какая-то активность, необходимо уровень значимости задать малым числом (0.003 или 0.05). При коротком времени измерения это вызовет большую погрешность измерения фона и соответствующее повышение предела обнаружения. В любом случае уровень значимости, заданный для фона, характеризует величину ошибки I рода. Поскольку вероятность ошибки II рода объединяется с погрешностью измерения фона, то, регулируя время измерения фона, можно достигнуть нужного предела обнаружения.

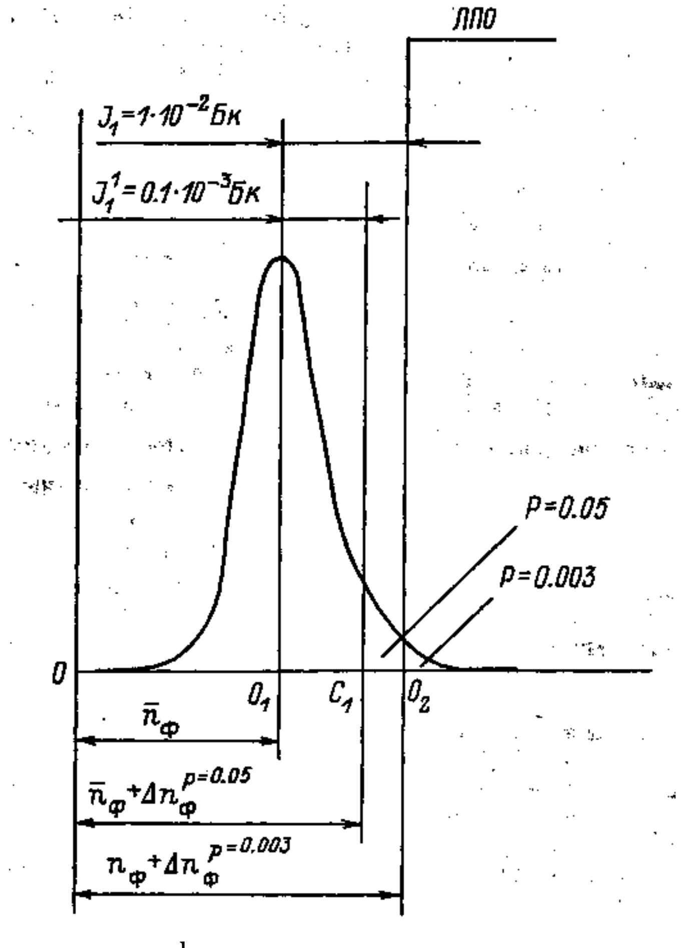

Рис. 1. Распределение фона установки на основе измеренного значения.

На рис. 1 приведено распределение скорости счета фона с погрешностями его измерения с указанием соответствующих уровней значимости P = 0.05 и P = 0.003. Через конец отрезка O-O_2 проведена прямая линия, параллельная оси ординат и условно названная линией предела обнаружения (ЛПО), которая отсекает под кривой распределения часть ее площади, численно равную уровню значимости P = 0.003.

Отрезок 0_1-C_1 ($\Delta n_{ф}^{P=0.003}$) и есть предел обнаружения, условно равный $J_1 = 1\cdot10^{-2}$ Бк, т.е. заданы предел обнаружения и α-вероятность ошибки I рода. Как указывалось выше, значения $J \leq 1\cdot10^{-2}$ Бк не могут быть проинтерпретированы количественно, так как лежат в области нечувствительности установки для заданных условий измерения. Если необходимо понизить предел обнаружения, то это можно сделать прежде всего путем уменьшения надежности измерения фона. В этом случае ЛПО как бы переместится ближе к центру распределения фона, так что уровень значимости P станет равным 0.05 и предел обнаружения понизится до значения, условно равного $J_1^1 = 0.1\cdot10^{-3}$ Бк. При этом, однако, увеличивается вероятность ошибки I рода, что может противоречить задаче на измерение. Чтобы избежать этого, потребуется повысить статистическую точность измерения, т.е. увеличить время измерения фона. При этом вероятность допустить ошибку I рода останется на уровне заданной, а понижение предела обнаружения произойдет из-за сужения кривой распределения фона.

Выше упоминалось о том, что все образцы, в которых содержится какая-то активность, могут быть количественно проинтерпретированы, т.е. они могут быть измерены. Но измерить — это, значит, ответить на вопрос, сколько и с какой достоверностью [5]. Две основные задачи обработки результата измерения математически формулируются как задачи нахождения истинного значения — оценки центра распределения и дисперсии согласно работе [9].

Известно, что сколько-нибудь достоверно можно измерить активность, примерно равную фону. Однако для повышения достоверности необходимо увеличить время измерения. Если увеличить время измерения, то можно достигнуть и более высокой достоверности для $\bar{n}_э < \bar{n}_ф$. Для измерения $\bar{n}_э > \bar{n}_ф$ такой проблемы не возникает.

Рассматривая некоторые вопросы измерения малых количеств радиоактивности, мало отличающейся от фона, вводят условия независимости этих двух измеряемых величин [7].

Мы приходим к выводу о том, что зависимость двух указанных случайных величин увеличивается по мере их сближения по абсолютным значениям и в области предельной чувствительности установки мерой их независимости становится взаимное расположение их распределений или их разрешения относительно линии предела обнаружения. Если это так, то, задавая время измерения и требуемую достоверность, можно регулировать уровень достигнутой чувствительности, т.е. оптимизировать каждое измерение малого количества радиоактивности.

На рис. 2 приведены распределение фона и вычисленного по формуле (6) эффекта $\bar{n}_э$. Последнее построено из центра распределения измеренного значения $\bar{n}_{э+ф}$ и рассматривается относительно центра распределения фона. Оба распределения разрешены относительно линии предела обнаружения на уровне заданных для них погрешностей. Как видно из рис. 2, линия предела обнаружения отсекает левую часть площади под кривой распределения $\bar{n}_э$, численно равную уровню значимости P = 0.29. Все значения активности, которые меньше данного, не могут быть обеспечены большей надежностью при достигнутой статистической погрешности. Активность J_1^2, условно равная $3{\cdot}10^{-2}$ Бк, измеренная с погрешностью $\pm\Delta n_э$ P = 0.29, не может быть измерена с большей надежностью в заданных условиях ввиду недостаточности чувствительности. В этих условиях остается либо упростить задачу, либо изменить условия измерения и прежде всего увеличить время измерения. В неизменных условиях такая задача выполнима только для активности $J_1^3 > J_1^2$, но это означает увеличение минимально измеримой активности и, следовательно, загрубление чувствительности.

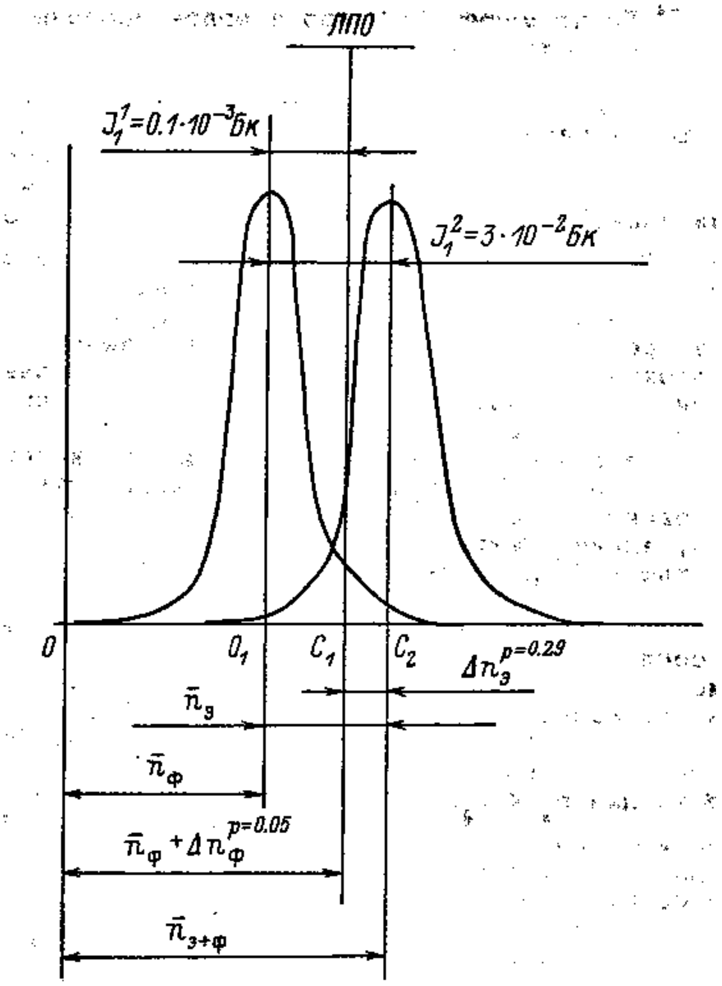

Рис. 2. Распределение эффекта и фона, их соотношение
на основе измеренных значений.

Проведенный анализ позволяет сформулировать условия для эмпирической оценки выбора оптимальных условий измерения в области предельной чувствительности радиометрической установки.

1. Если

$$(\bar{n}_{э+ф} - \Delta n_{э}^{P}) - (\bar{n}_{ф} + \Delta n_{ф}^{P}) = 0, \qquad (7)$$

то измерение оптимизировано в рамках поставленной задачи.

2. Если левая часть уравнения (7) меньше 0, то это свидетельствует о недостатке чувствительности и нужно изменить условия измерения.

3. Если левая часть уравнения (7) больше 0, то есть некоторый запас чувствительности и можно сократить время измерения.

Оценку измеряемой активности можно провести путем кратковременного предварительного измерения фона и образца, затем путем расчета смоделировать измерение.

Список литературы

[1] *Силантьев А.Н.* Спектрометрический анализ радиоактивных проб внешней среды.·Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 180 с.

[2] *Дементьев В.А.* Измерение малых активностей радиоактивных препаратов. М.: Атомиздат, 1967. 138 с.

[3] *Altshuler B., Pasternak V.* // Health Physics. 1963. Vol. 9. P 293-298.

[4] *Currie L.A.* // Anal. Chem. 1968. Vol. 40. N 3. P. 586-592.

[5] *Мельников О.А.* О роли измерений в процессе познания. Новосибирск: Наука, 1968. 94 с.

[6] *Матвеев В.В., Хазанов Б.И.* Приборы для измерения ионизирующих излучений. М.: Атомиздат, 1970. 694 с.

[7] *Калашникова В.И., Козадаев М.С.* Детекторы элементарных частиц. М.: Наука, 1966. 407 с.

[8] *Пустыльник Е.И.* Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука, 1969. 288 с.

[9] *Румишнский Л.З.* Элементы теории вероятностей. М.: Наука, 1978. 254 с.

[10] *Чистяков В.П.* Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1978. 224 с.

[11] *Кассандрова О.Н., Лебедев В.В.* Обработка результатов наблюдений. М.: Наука, 1970. 103 с.

[12] *Большое Л.Н., Смирнов Н.В.* Таблица математической статистики. М.: Наука, 1964. 464 с.

(Получено 1 IV 1990)